

传染病动力学 SARD 新型模型 (四) 预测澳大利亚 COVID-19 疫情

作者 章其初博士 2020 年 3 月 27 日

摘要

本文采用传染病动力学 SARD 新型模型，在澳大利亚疫情早期，进行定量分析预测。该模型是作者在 COVID-19 疫情于 2020 年 2 月爆发后建立的。该 SARD 模型中，时间 t 的四个函数， $S(t)$ 称为易感者， $A(t)$ 累计感染者， $R(t)$ 累计痊愈者， $D(t)$ 累计死亡者。在模型的假设、定义和猜想下得到这四个函数的解析表达式。现有确诊者 I 用公式 $I(t)=A(t)-R(t)-D(t)$ 计算得到。该 SARD 模型第一次试用于分析中国地区 COVID-19 疫情，模型计算疫情的各种病例数与通报数符合良好，这表明模型能准确定量分析和预测 COVID-19 疫情。这样 SARD 模型解决了以前传染病动力学 SIR、SEIR 等模型中疫情关键函数没有解析解的难题。

模型计算定量分析预测的澳大利亚 COVID-19 疫情要点如下。

- (1) 累计感染者 A 病例总数 N 为 4160 人，误差 140 人 (95% 置信区间)；
- (2) 每日新增感染者 B 病例拐点区在 3 月 23 到 25 日，与通报符合良好；3 天平均 369 病例数，与通报 357 偏差仅 12 人；
- (3) 现有感染者 I 拐点区将在 4 月 1 到 3 日，三天平均数 3470 病例数；
- (4) 疫情在 5 月 10 日将走向尾声，那时现有感染者病例数还剩下 500 人上下。

从通报痊愈病例数看，澳大利亚痊愈率比湖北外中国其他地区在对应疫情期间的小。疫情中后期，若澳大利亚逐步提高治愈水平，疫情尾声会提早听到。

1、前言

传染病动力学建模计算早在 20 世纪初就开始了。1927 年 Kermack 与 McKendrick 在研究流行于伦敦的黑死病时提出的 SIR 舱室模型，是传染病模型中最经典、最基本的模型，为传染病动力学的研究做出了奠基性的贡献。模型中把传染病流行范围内的人群分成三类：S 类为易感者 (Susceptible)，I 类为现有感染者 (Infective)，R 类为移出者 (Removal)。在若干假设下，模型导出 S、I、R 三个函数的一阶微分方程组。方程组三个函数 S、I、R 没有解析解。疫情预测只能根据已有数据得到的拟合曲线，并外延用来预测。随后，很多学者提出了其他很多模型，甚至更复杂模型，尝试建模计算预测疫情。其中广泛采用的 SEIR 模型，以及改进模型，其原理上与 SIR 类似。

新型冠状病毒 COVID-19 传染病从 2019 年底在武汉发现，中国和其他国家很多研究机构 and 高等院校的流行病、统计学及其他专业学者进行了大量建模计算，进行疫情分析和预测[1, 2]。本文作者在 2020 年 2 月 COVID-19 疫情在湖北大规模爆发后，作为一名物理学学者也加入了建模计算工作，建立了 SARD 新型模型，疫情的关键函数有解析表达式。采用 SARD 模型第一次试用于分析中国地区 COVID-19 疫情，模型计算 A 、 R 、 D 和 I 与通报数符合良好，这表明模型能准确定量分析和预测 COVID-19 疫情[3, 4]。这样 SARD 模型解决了以前传染病动力学 SIR、SEIR 等模型中疫情关键函数没有解析解的难题。本文采用 SARD 模型定量分析

章其初，邮箱：zqc43@163.com

和预测澳大利亚 COVID-19 疫情。

2、传染病动力学 SARD 新型模型

传染病动力学 SARD 模型中，假设易感者 $S(t)$ 减少与 $S(t)$ 和 $A(t)$ 乘积成正比，累计感染者 $A(t)$ 增加与 $S(t)$ 和 $A(t)$ 乘积成正比，假设 $S(t)$ 加 $A(t)$ 总数不变，即 $S(t) + A(t) = N$ 。模型定义，累计痊愈者 $R(t)$ 等于痊愈率函数 $\gamma(t)$ 乘 $A(t)$ ，累计死亡者 $D(t)$ 等于死亡率函数 $\delta(t)$ 乘 $A(t)$ 。模型猜想，痊愈率 $\gamma(t)$ 是逻辑函数，或 $R(t)$ 是逻辑函数；猜想死亡率 $\delta(t)$ 是逻辑函数，或 $D(t)$ 是逻辑函数。现有感染者 $I(t) = A(t) - R(t) - D(t)$ 计算得到。图 1 给出 SARD 模型示意图。

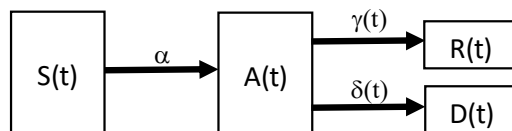


图 1. SARD 新型模型示意图

求解函数 A 和 S 的两个方程组，得到累计感染者 $A(t)$ 的解析解为 Sigmoid 函数，习惯上称为逻辑函数。

$$A(t) = \frac{NA_0}{N + (N - A_0)e^{-\alpha(t-t_0)}}$$

式中 $A_0 = A(t_0)$ ，当 $t = t_0$ 时。公式中两个参数， N 是累计感染者总数， α 是感染系数 (/天)。

痊愈率 $\gamma(t)$ ，死亡率 $\delta(t)$ 的逻辑函数与上式类似，这里略去。这里注意区别该逻辑函数与逻辑分析中的逻辑函数。

这样 SARD 模型中的四个函数 $S(t)$ 、 $A(t)$ 、 $R(t)$ 和 $D(t)$ 都有解析表达式。现有感染者 I 等于 A 减去 R 和 D 。新增感染者 B 等于当日 A 减去昨天的。

这里对 SARD 模型再作进一步说明。

(1) 易感者变成感染者，包括两个过程，易感者与感染者接触（对应接触概率），接触后被感染成病人（对应感染概率），本文用感染系数 α 表征这两个过程的效果。

(2) 感染者在其寿命期内具有传染性，痊愈者无传染性。

(3) 累计感染者 A 总数 N 是采用本 SARD 模型可计算得到。

(4) 模型中提到的舱室应理解为，易感者最终都变成感染者的群体，分布在界定的一个地域范围内。

在 SARD 模型，由于疫情的关键函数全部有解析表达式，因而传染病若干其他参数也可以直接计算得到，如平均传染周期，基本传染数 R_0 等。

3、模型计算分析和预测澳大利亚 COVID-19 疫情

3.1 累计感染者 A 和总数 N

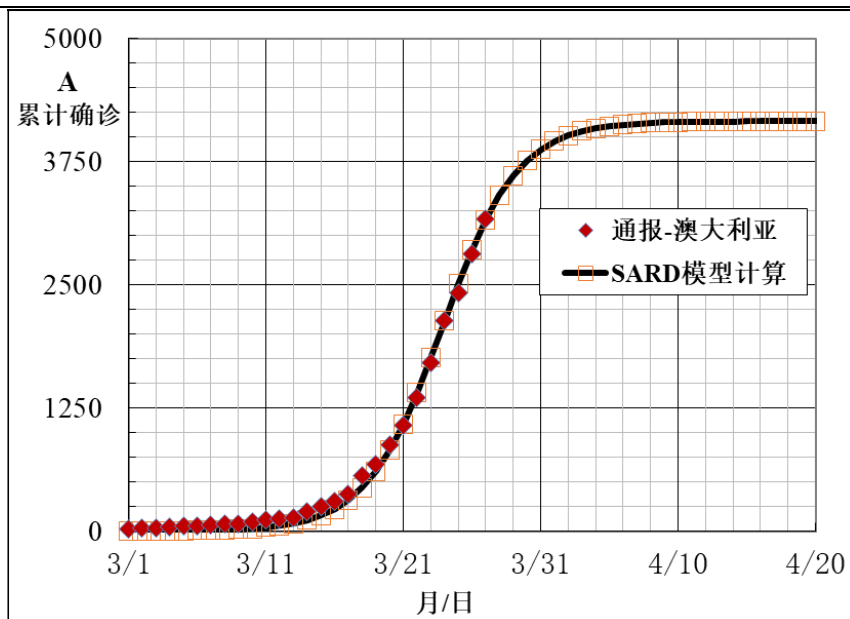


图 2. 累计感染者 A 的模型计算（实线）和通报病例数（离散点）

从图 2 中看出，累计感染者 A 的模型计算（实线）与通报（离散点）符合良好。

累计感染者 A 的模型数值计算时，选用最近 3 月 23~27 日 5 天疫情通报病例数，回归分析得到逻辑函数 $A(t)$ 两个参数值，感染系数 $\alpha = 0.365/\text{天}$ ，累计感染者 A 总数 $N = 4,160$ 人，误差 140 人（95%置信区间）。

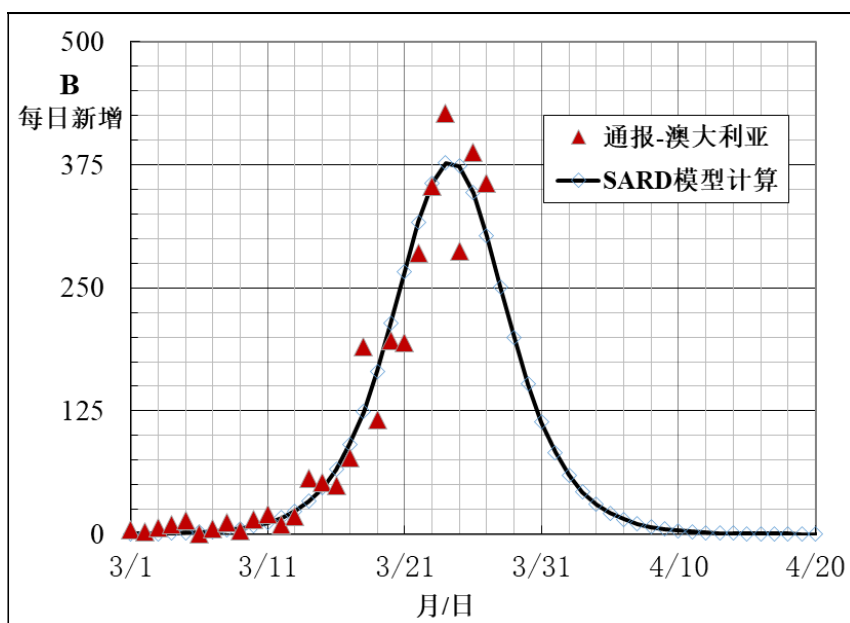


图 3. 新增感染者 B 的模型计算（实线）和通报病例数（离散点）

图 3 中显示新增感染者 B 通报数，图中离散点，分布在紧靠模型计算曲线（实线）两侧。模型计算得到新增感染者 B 拐点区在 3 月 23~25 日，与通报符合良好；3 天平均 369，与通报 357 偏差 12 人。个别日期通报数涨落比较大，这是由于 B 是累计确诊 A 的相邻一天差，数值比较小。另外病例统计学上经常出现这样比较大的涨落。

3.2 现有感染者 I

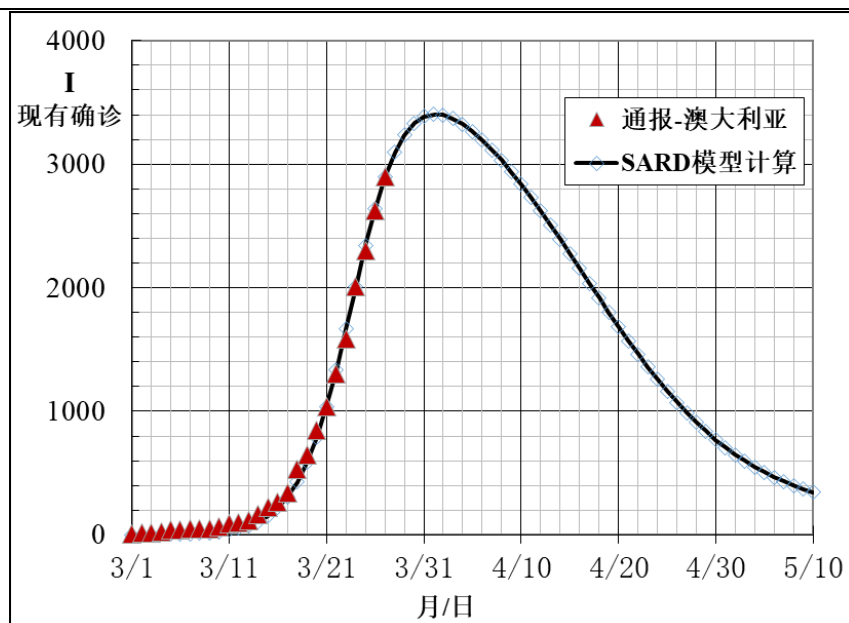


图 4. 现有感染者 I 的模型计算（实线）和通报病例数（离散点）

从图 4 中看到现有确诊 I 通报数，图中离散点，落在模型计算的实线上，一致性良好。图中最后一个点对应 3 月 27 日通报数。模型计算预测现有感染者 I 拐点区，在 4 月 1 到 3 日期间，现有感染者三天平均 3470 病例数。

模型预测疫情在 5 月 10 日走向尾声，那时现有感染者病例数还剩下 500 人上下。现有感染者用公式 $I(t)=A(t)-R(t)-D(t)$ 计算得到。从通报痊愈病例数看，澳大利亚痊愈率比湖北外中国其他地区在对应疫情期间的小。疫情中后期，若澳大利亚逐步提高治愈水平，疫情尾声会提早听到。

3.3 疫情图

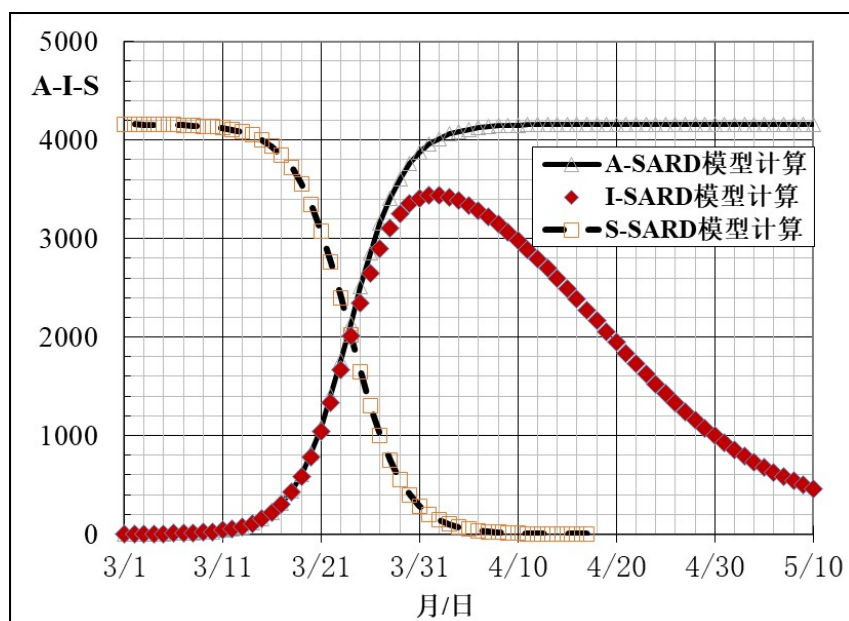


图 5. 累计感染者 A （实线）、现有确诊 I （离散点）和易感者 S （虚线）病例数疫情图

本文把这种包含疫情 A 、 I 、 S 关键病例数的图称为疫情图。易感者 S 代表还没有感染，

但是会感染转变成感染者。由于疫情期间，采取各种措施，如隔离，提高痊愈率等，都会对疫情过程发生变化。所以采用本 SARD 模型，采用疫情最近五天通报病例数，计算得到当前的疫情图，可更准确定量预测疫情。根据 SARD 模型在湖北外中国其他地区定量分析预测 COVID-19 疫情看来，在现有确诊 I 拐点区前一些日子 5 点通报数，模型计算得到的疫情图，疫情中后期没有多少变化了。

4、结论

本文采用传染病动力学 SARD 新型模型，在澳大利亚疫情早期，进行定量分析预测。模型计算分析预测澳大利亚传染病 COVID-19 疫情要点如下。累计感染者 A 总数 N 为 4,160 人，误差 140 人 (95% 置信区间)；每日新增感染者 B 拐点区在 3 月 23 到 25 日，与通报符合良好；3 天平均 369 病例，与通报 357 偏差仅 12 人；现有感染者 I 拐点区将在 4 月 1 到 3 日，现有感染者 I 最大病例数达 3470 人。

模型预测疫情在 5 月 10 日走向尾声，那时现有感染者病例数还剩下 500 人上下。从通报痊愈病例数看，澳大利亚痊愈率比湖北外中国其他地区在对应疫情期间的小。疫情中后期，若澳大利亚逐步提高治愈水平，疫情尾声会提早听到。

本文把这种包含疫情 A、I、S 关键病例数的图称为疫情图。由于疫情期间，采取各种措施，如隔离，提高痊愈率等，都会对疫情过程发生变化。所以采用本 SARD 模型，采用疫情最近五天通报病例数，计算得到当前的疫情图，可更准确定量预测疫情。根据 SARD 模型在湖北外中国其他地区定量分析预测 COVID-19 疫情看来，在现有确诊 I 拐点区前一些日子 5 点通报数，模型计算得到的疫情图，疫情中后期没有多少变化了。

参考

1. Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions
Zifeng Yang, Zhiqi Zeng, Ke Wang, Sook-San Wong, Nanshan Zhong et al.
J. Thorac Disease. Submitted Feb 27, 2020. Accepted for publication Feb 28, 2020
View this article at: <http://dx.doi.org/10.21037/jtd.2020.02.64>
2. A conceptual model for the coronavirus disease 2019 (COVID-19) outbreak in Wuhan, China with individual reaction and governmental action
Qianying Lin 1, Shi Zhao, Daozhou Gao, Weiming Wang, Lin Yang, Daihai He
International Society for Infectious Diseases VOLUME 93, P211-216, APRIL 01, 2020
View this article at: <https://doi.org/10.1016/j.ijid.2020.02.058>
3. 传染病动力学 SARD 新型模型试验用于 COVID-19 疫情分析和预测
章其初, Received 2020-02-17, Published on 2020-02-21
View this article at: <https://ausinan.org/cms/news/2020-02-21/sard-modeling-for-covid19>
4. 传染病动力学 SARD 新型模型分析预测 COVID-19 疫情 (二)
Qi Chu Zhang, Received 2020-02-24, Published on 2020-02-26
View this article at: ausinan.org/cms/news/2020-02-26/sard-modeling-for-covid19